

ALIRAN LAPISAN SEMPADAN OLAKAN BEBAS TERHADAP SILINDER  
MEMBULAT DAN MENGUFUK DENGAN SYARAT SEMPADAN  
ISOTERMA

NOOR AZLIZA BINTI ABD. LATIF

PROJEK PENYELIDIKAN YANG DIKEMUKAKAN UNTUK MEMENUHI  
SEBAHAGIAN DARIPADA SYARAT MEMPEROLEH IJAZAH SARJANA  
SAINS

PUSAT PENGAJIAN SAINS MATEMATIK  
UNIVERSITI KEBANGSAAN MALAYSIA  
BANGI

2004

## PENGAKUAN

Saya akui karya ini adalah hasil kerja saya sendiri kecuali nukilan dan ringkasan yang tiap-tiap satunya telah saya jelaskan sumbernya.

1 MEI 2004

NOOR AZLIZA ABD. LATIF  
P 23802



PTT AUTHM  
PERPUSTAKAAN TUNKU TUN AMINAH

## PENGHARGAAN

Dengan nama Allah yang maha pemurah lagi maha penyayang. Selawat serta salam buat junjungan besar Nabi Muhammad S.A.W.

Bersyukur saya ke hadrat Allah S.W.T kerana di atas limpah rahmat dan hidayah serta izinnya dapat juga saya menyiapkan projek penyelidikan ini. Setinggi -tinggi penghargaan buat penyelia saya iaitu Dr. Roslinda Mohd Nazar yang telah banyak membantu, mendidik serta membimbing saya dari awal hingga ke akhir perjalanan projek penyelidikan ini. Sesungguhnya hanya Allah jua yang mampu membalas segala budi baik Dr.

Jutaan terima kasih yang tak terhingga ini juga saya tujukan buat semua pensyarah Pusat Pengajian Sains Matematik di atas segala ilmu yang telah dicurahkan sepanjang pengajian sarjana saya di sini. Ucapan terima kasih tak terhingga kepada Kolej Universiti Teknologi Tun Hussein Onn (KUITTHO) dan Jabatan Perkhidmatan Awam (JPA) yang memberi bantuan kewangan sepanjang pengajian saya di sini.

Penghargaan teristimewa buat insan tersayang, mak dan papa yang telah banyak membantu, memberi dorongan dan sokongan pada diri saya serta sentiasa memahami situasi saya ketika ini di samping tidak pernah jemu mendoakan kejayaan buat diri ini. Buat adik-adik tersayang Ina, Iyah dan Arif, terima kasih atas pertolongan yang diberikan.

Tidak lupa juga buat rakan-rakan seperjuangan Nazran, Najib, Dee, G, Kak Mea, Kak Raz, Kak Ina, Yan, Azam, Wartono, Ikhwan dan ramai lagi. Segala bantuan, nasihat dan dorongan yang kalian berikan amat saya hargai.

Akhirnya, saya ingin mengucapkan terima kasih kepada sesiapa yang terlibat sama ada secara langsung atau tidak langsung dalam menyempurnakan projek penyelidikan ini.

## ABSTRAK

Penyelesaian berangka bagi masalah aliran mantap lapisan sempadan olakan bebas berlamina terhadap silinder membulat dan mengufuk dengan syarat sempadan isoterma di dalam bendalir likat diperoleh dalam kajian ini. Persamaan menakluk lapisan sempadan terlebih dahulu dijelmakan ke dalam bentuk tak berdimensi. Seterusnya, persamaan tersebut dijelma menggunakan penjelmaan tak serupa. Persamaan yang terhasil diselesaikan secara berangka menggunakan kaedah beza terhingga tersirat yang efisien iaitu skim kotak Keller. Penyelesaian yang terhasil bagi ciri-ciri pemindahan haba bagi kes nombor Prandtl,  $Pr=1$  diguna untuk membandingkan ketepatan kaedah ini dengan kaedah yang digunakan sebelumnya (Merkin 1976). Keputusan yang diperoleh menunjukkan hasil perbandingan adalah baik. Keputusan baru bagi kes nombor Prandtl,  $Pr=7$  dengan skop masalah yang sama juga dibincangkan. Di samping itu, profil halaju dan profil suhu bagi nombor Prandtl  $Pr=1$  dan  $Pr=7$  juga diketengahkan. Didapati, pekali pemindahan haba menokok, berbanding pekali geseran kulit yang menyusut dengan pertambahan nilai  $Pr$ . Seterusnya, profil suhu dan profil halaju menyusut pada lapisan yang lebih jauh dari permukaan silinder.

## **FREE CONVECTION BOUNDARY LAYER ON AN ISOTHERMAL HORIZONTAL CIRCULAR CYLINDER**

### **ABSTRACT**

Numerical solutions for the steady laminar free convection boundary layer flow over an isothermal horizontal circular cylinder in a viscous fluid are presented in this study. The governing boundary layer equations are first transformed into a non-dimensional form. These equations are then transformed using a nonsimilar transformation, and the resulting equations are solved numerically using a very efficient implicit finite-difference method known as the Keller-box scheme. The obtained solutions on heat transfer characteristics for the Prandtl number  $\text{Pr}=1$  are used to compare the accuracy of the present method with that known from previous work (Merkin 1976). The results are found to be in good agreement. New results for Prandtl number  $\text{Pr}=7$  are also presented. In addition, representative velocity and temperature profiles are also presented for Prandtl number  $\text{Pr}=1$  and  $\text{Pr}=7$ . As a result, the heat transfer coefficient increases, while the skin friction coefficient decreases as value of  $\text{Pr}$  increases. Meanwhile, velocity and temperature profiles decrease as the layer far away from the cylinder surface.



## KANDUNGAN

	<b>HALAMAN</b>
<b>PENGAKUAN</b>	ii
<b>PENGHARGAAN</b>	iii
<b>ABSTRAK</b>	iv
<b>ABSTRACT</b>	v
<b>KANDUNGAN</b>	vi
<b>SENARAI JADUAL</b>	viii
<b>SENARAI RAJAH</b>	ix
<b>SENARAI SIMBOL</b>	x
<b>BAB I PENGENALAN</b>	
1.1 Proses Olakan	1
1.2 Objektif dan Skop Kajian	3
1.3 Teori Lapisan Sempadan	3
1.3.1 Andaian-andaian Asas pada Lapisan Sempadan	5
1.3.2 Jenis-jenis Lapisan Sempadan dan Kepentingannya	8
1.4 Sorotan Kesusteraan	11
1.5 Kaedah Kotak Keller	12
1.6 Garis Kasar Kajian	13
<b>BAB II PERSAMAAN-PERSAMAAN MENAKLUK</b>	
2.1 Pengenalan	15
2.2 Penghampiran Lapisan Sempadan dan Boussinesq bagi Persamaan-persamaan Berdimensi	15
2.3 Persamaan Tak Berdimensi	19
2.3.1 Persamaan Keselarasan	20
2.3.2 Persamaan Momentum	20
2.3.3 Persamaan Tenaga	21
2.4 Penjelmaan Tak Serupa	22

	<b>HALAMAN</b>
2.4.1 Persamaan Momentum	23
2.4.2 Persamaan Tenaga	24
<b>BAB III</b>	<b>KAEDAH KOTAK KELLER</b>
3.1	Pengenalan
3.2	Kaedah Beza Terhingga
3.3	Kaedah Newton
3.4	Kaedah Penghapusan Blok
3.5	Syarat Permulaan
	47
<b>BAB IV</b>	<b>KEPUTUSAN BERANGKA DAN PERBINCANGAN</b>
	52
<b>BAB V</b>	<b>KESIMPULAN</b>
	61
<b>RUJUKAN</b>	
<b>LAMPIRAN</b>	
A	Senarai tatatanda bagi simbol-simbol atau parameter-parameter yang digunakan dalam aturcara Matlab®
B	Contoh aturcara

## SENARAI JADUAL

4.1 Pengiraan nilai pekali pemindahan haba, $Q_w$ secara berangka untuk beberapa nilai $x$ bagi $Pr=1$ . . . . .	56
4.2 Pengiraan nilai pekali geseran kulit, $C_f$ secara berangka untuk beberapa nilai $x$ bagi $Pr=1$ . . . . .	56
4.3 Pengiraan nilai pekali pemindahan haba, $Q_w$ secara berangka untuk beberapa nilai $x$ bagi $Pr=7$ . . . . .	56
4.4 Pengiraan nilai pekali geseran kulit, $C_f$ secara berangka untuk beberapa nilai $x$ bagi $Pr=7$ . . . . .	56



PTT AUTHM  
PERPUSTAKAAN TUNKU TUN AMINAH

## SENARAI RAJAH

1.1 Lapisan sempadan halaju dibangunkan terhadap permukaan . . . . .	9
1.2 Lapisan sempadan terma/suhu dibangunkan ke atas permukaan dengan syarat sempadan isoterma . . . . .	10
 2.1 Model fizikal dan sistem koordinat . . . . .	18
 3.1 Segiempat jaring untuk penghampiran beza . . . . .	30
3.2 Carta alir bagi kaedah kotak Keller . . . . .	51
 4.1 Pekali pemindahan haba $Q_w$ bagi nombor Prandtl, $\text{Pr}=1$ dan $\text{Pr}=7$ . . . . .	57
4.2 Pekali geseran kulit, $C_f$ bagi nombor Prandtl, $\text{Pr}=1$ dan $\text{Pr}=7$ . . . . .	57
4.3 Profil suhu $\theta$ bagi nombor Prandtl, $\text{Pr}=1$ dengan beberapa nilai $x$ . . . . .	58
4.4 Profil suhu $\theta$ bagi nombor Prandtl, $\text{Pr}=7$ dengan beberapa nilai $x$ . . . . .	58
4.5 Perbandingan profil suhu $\theta$ bagi nombor Prandtl, $\text{Pr}=1$ dan $\text{Pr}=7$ dengan beberapa nilai $x$ . . . . .	59
4.6 Profil halaju $\frac{\partial F}{\partial y}$ bagi nombor Prandtl, $\text{Pr}=1$ dengan beberapa nilai $x$ . . . . .	59
4.7 Profil halaju $\frac{\partial F}{\partial y}$ bagi nombor Prandtl, $\text{Pr}=7$ dengan beberapa nilai $x$ . . . . .	60
4.8 Perbandingan profil halaju $\frac{\partial F}{\partial y}$ bagi nombor Prandtl, $\text{Pr}=1$ dan $\text{Pr}=7$ dengan beberapa nilai $x$ . . . . .	60

## SENARAI SIMBOL

$a$	jejari silinder
$C_f$	pekali geseran kulit
$f/F$	fungsi strim terturun
$g$	pecutan graviti
$Gr$	nombor Grashof
$i, j, k$	vektor unit
$k$	konduktiviti terma
$m$	indeks kuasa
$n$	parameter/pemalar
$p$	tekanan
Pr	nombor Prandtl
$q_w$	fluks haba permukaan
$Q_w$	pekali pemindahan haba
$Re$	nombor Reynolds
$T$	suhu bendalir
$T_w$	suhu permukaan jasad
$T_\infty$	suhu persekitaran
$u, v$	komponen halaju bendalir tak berdimensi sepanjang arah $x$ dan $y$
$U_\infty$	halaju aliran bebas
$\mathbf{V}$	vektor halaju
$x, y$	koordinat kartesan tak berdimensi sepanjang permukaan silinder dan normal terhadap permukaan silinder

## Simbol Greek

- $\alpha$  pekali resapan terma
- $\beta$  pekali pengembangan terma
- $\mu$  kelikatan dinamik bendalir
- $\nu$  kelikatan kinematik bendalir
- $\theta$  suhu tak berdimensi
- $\rho$  ketumpatan bendalir
- $\rho_\infty$  ketumpatan setempat yang malar
- $\tau_w$  tegasan ricih
- $\psi$  fungsi strim/rangkap arus tak berdimensi
- $\delta$  ketebalan lapisan sempadan
- $\delta(x)$  ketebalan lapisan sempadan halaju
- $\delta_t$  ketebalan lapisan sempadan suhu/terma
- $\Delta$  variasi/perubahan
- $\bar{\nabla}^2$  Pengoperasi Laplacian

## Superskrip

- ' pembezaan terhadap  $y$
- pemboleh ubah-pemboleh ubah berdimensi

## Subskrip

- $w$  syarat pada dinding
- $\infty$  syarat persekitaran

## BAB I

### PENGENALAN

#### 1.1 Proses Olakan

Haba adalah tenaga dalam transit, iaitu tenaga yang berada dalam keadaan fana.

Haba tidak boleh disimpan tetapi akan terus mengalir selagi wujud perbezaan suhu di antara dua titik di dalam sesuatu jirim (Amer Nordin Darus 1995).

Proses pemindahan haba secara olakan adalah satu fenomena permukaan yang hanya terjadi di permukaan jasad. Melalui analisis pemindahan haba olakan, proses olakan dapat dibahagikan kepada dua iaitu olakan bebas dan olakan paksa (Amer Nordin Darus 1995).

Olakan bebas adalah suatu proses pemindahan haba yang wujud dengan sendiri tanpa dibantu oleh agen luar yang mendorong bendalir persekitaran berolak menyesarkan sejumlah tenaga haba dari permukaan jasad ke sekelilingnya. Menurut Amer Nordin Darus (1995), pada hakikatnya proses olakan bebas ini terjadi lantaran terjadinya suatu perubahan kecil terhadap sifat ketumpatan bendalir yang menyentuh jasad panas. Keadaan yang sama juga berlaku jika jasad adalah dingin dan bendalir sekitaran adalah hangat. Jadi, agen penyebab terjadinya olakan bebas bendalir ialah daya apungan bendalir itu sendiri. Manakala, olakan paksa pula disebabkan oleh pergerakan bendalir yang diransang oleh faktor-faktor

luaran seperti pemanasan dari bawah, pengepaman dan sebagainya.

Di dalam aplikasi bagi aliran lapisan sempadan olakan bebas, perbezaan suhu wujud pada kawasan sempadan berhampiran dengan permukaan jasad panas atau sejuk. Ini menyebabkan timbulnya kecerunan ketumpatan, dan daya jasad yang terlibat dalam medan aliran yang berolak secara terma itu adalah akibat daripada kesan medan graviti semata-mata (Bejan 1984).

Parameter ( $Gr/Re^2$ ) dengan  $Gr = \frac{g\beta\Delta TL^3}{\nu^2}$  adalah nombor Grashof dan  $Re = \frac{U_\infty L}{\nu}$  adalah nombor Reynolds dengan  $g$ ,  $\beta$ ,  $\Delta$ ,  $T$ ,  $L$ ,  $\nu$  dan  $U_\infty$  telah dinyatakan di bahagian senarai simbol (Sila rujuk senarai simbol). Ia adalah parameter yang lazim digunakan untuk mencirikan sama ada sesuatu proses olakan itu bersifat bebas atau paksa. Apabila  $Gr/Re^2 \cong 1$ , proses olakan bebas dan olakan paksa adalah sama penting, jika  $Gr/Re^2 \ll 1$ , proses olakan harus dianalisis secara olakan paksa dan jika  $Gr/Re^2 \gg 1$ , proses pemindahan haba yang dominan ialah olakan bebas (Amer Nordin Darus 1995).

Proses pemindahan haba olakan boleh dikelaskan kepada terbatas atau tak terbatas, atau masing-masingnya aliran dalaman dan aliran luaran. Bagi proses olakan bebas, aliran luarannya adalah terhadap jasad yang terendam (seperti plat rata, silinder dan sfera) dan aliran dalamannya adalah di dalam tiub (seperti paip dan saluran). Aliran yang terhasil boleh dikelaskan lagi kepada aliran lamina dan aliran gelora (Burmeister 1993).

Aliran lamina (stabil) kelihatan licin dan lancar dengan zarah-zarah ben-dalir bergerak selari secara mantap ke arah permukaan jasad. Manakala, aliran gelora boleh dikatakan sebagai aliran kalut dengan pergerakan zarah-zarah adalah tidak mantap di dalam keadaan zig-zag yang tidak dapat diramalkan (Burmeister 1993).

Seterusnya, proses pemindahan haba secara olakan bebas berlaku dalam bendalir likat dengan bendalir yang terlibat adalah bendalir Newtonan. Bendalir bukan Newtonan pula adalah penting dalam industri pemprosesan seperti makanan, cat, polimer, plastik dan juga dalam industri farmasi (Douglas *et al.*

1995; Batchelor 1967).

Kajian olakan bebas dapat diaplikasikan ke dalam perkakasan (komponen) penyejukan elektronik, aplikasi binaan dan proses pertumbuhan kristal (Gebhart *et al.* 1988; Pop & Ingham 2001).

## 1.2 Objektif dan Skop Kajian

Objektif kajian ini adalah untuk membina model matematik serta untuk melakukan formulasi dan analisis terhadap model matematik tersebut. Seterusnya, untuk membangunkan algoritma pengiraan berangka dengan mempertimbangkan masalah kajian iaitu aliran lapisan sempadan olakan bebas terhadap silinder membulat dan mengufuk dengan syarat sempadan isoterma di dalam bendalir likat.

Skop kajian yang dipertimbangkan terhad kepada masalah yang melibatkan aliran mantap lapisan sempadan olakan bebas terhadap silinder mengufuk, berlamina dan dua-dimensi, yang terendam di dalam bendalir likat dan tak mampat dengan syarat sempadan isoterma iaitu suhu permukaan malar. Masalah kajian ini dirumus menggunakan penjelmaan tak serupa dan diselesai secara berangka menggunakan kaedah kotak Keller.

## 1.3 Teori Lapisan Sempadan

Konsep tentang wujudnya satu lapisan nipis yang melekat pada permukaan satu jasad yang terendam dalam medan aliran bendalir telah diketengahkan oleh Ludwig Prandtl pada tahun 1904.

Prandtl (1904) telah memperkenalkan teori asas lapisan sempadan dan mencadangkan bahawa kesemua kesan kelikatan tertumpu di dalamnya. Idea utama terhasilnya teori lapisan sempadan ialah dengan mempertimbangkan aliran terbahagi kepada dua bahagian utama. Bahagian terbesar aliran bebas bendalir iaitu bendalir-bendalir yang berada di kawasan ini adalah kurang likat. Baha-

gian kecil ialah bahagian nipis bersebelahan permukaan jasad yang memberikan kesan kelikatan yang disebut lapisan sempadan (Acheson 1990). Di dalam lapisan ini, kesan geseran antara zarah-zarah bendalir di permukaan dengan zarah-zarah bendalir di sekelilingnya tidak boleh diabaikan.

Prandtl memulakan cerapan dengan melakukan eksperimen ke atas garis arus (suatu lengkung khayalan dalam bendalir dan pada saat yang tertentu, tidak ada aliran yang merintanginya) dan diperhatikan bahawa kecerunan halaju yang besar, normal terhadap garis arus berlaku hanya di dalam kawasan yang berhampiran permukaan jasad (Eckert & Drake 1972).

Dalam menganalisis medan aliran, Prandtl mendapati bahawa adalah memadai dipertimbangkan gelagat kelikatan pada lapisan sempadan, dengan aliran di luar lapisan sempadan adalah kurang likat. Beliau cuba untuk memudahkan persamaan keabadian dengan menganggar peringkat magnitud bagi setiap sebutan di dalam persamaan keabadian tersebut. Setelah dimudahkan persamaan keabadian tersebut, beliau cuba menurunkan persamaan keabadian tadi sehingga menjadi persamaan lapisan sempadan (Eckert & Drake 1972). Analisis bagi persamaan Navier-Stokes didapati agak sukar walau pun dalam kes aliran mantap dua dimensi tak mampat. Untuk kes-kes khas bagi persamaan Navier-Stokes, hanya sebutan-sebutan tertentu sahaja bagi penyelesaian sebenar diketahui wujud. Sumbangan terpenting Prandtl adalah dengan menunjukkan bahawa persamaan Navier-Stokes boleh diper mudahkan untuk menyelesaikan set-set anggaran persamaan lapisan sempadan (Bejan 1984).

Walau bagaimanapun, tiga puluh tahun selepas konsep lapisan sempadan lamina Prandtl diperkenalkan, konsep ini telah diselidiki untuk aliran olakan bebas. Dalam tahun 1930, kajian oleh Schmidt dan Beckman tentang aliran olakan bebas di sepanjang plat menegak yang terpanaskan di dalam udara menunjukkan bahawa kawasan sempadan mungkin nipis jika dibandingkan dengan keseluruhan permukaan (Eckert & Drake 1972).

Aliran lapisan sempadan yang berhampiran dengan pinggir plat adalah

lamina. Walau bagaimanapun, aliran bendalir bergerak semakin tinggi sehingga pada jarak kritikal, sedikit gangguan terhadap aliran berlaku menyebabkan aliran menjadi kacau-bilau dan akhirnya menjadi aliran gelora. Kawasan aliran di antara aliran lamina dengan aliran gelora dinamakan kawasan perantaraan (Holman 1997).

Teori lapisan sempadan sangat kerap digunakan dalam menyelesaikan aliran bendalir dan masalah pemindahan haba (Bejan 1984; Cebeci & Bradshaw 1988). Ini adalah kerana persamaan lapisan sempadan adalah berbentuk parabolik dan lebih mudah diselesaikan. Jika dilihat keseluruhan persamaan Navier-Stokes, persamaan tersebut berbentuk eliptik atau hiperbolik yang lebih kompleks bentuknya. Maka, persamaan pembezaan separa yang berbentuk parabolik boleh diselesaikan dengan menggunakan kaedah berangka seperti skim beza terhingga. Seterusnya, teori lapisan sempadan amat popular kerana ia memberi maklumat mengenai pemisahan aliran dari jasad permukaan dengan lebih terperinci berbanding menggunakan persamaan Navier-Stokes penuh. Oleh itu, persamaan Navier-Stokes perlu diselesaikan dengan lebih kompleks bagi mendapatkan maklumat mengenai pemisahan aliran. Bagaimanapun, persamaan lapisan sempadan hanya boleh diselesaikan sehingga ke titik pemisahan sahaja.

### **1.3.1 Andaian-andaian Asas pada Lapisan Sempadan**

Bagi mendapatkan persamaan aliran lapisan sempadan dua dimensi, Prandtl telah membuat beberapa andaian (Evans 1968). Walau bagaimanapun, sebelum dinyatakan andaian-andaian Prandtl, beberapa takrifan diperkenalkan.

$x$  = jarak bagi arah arus yang diukur sepanjang dinding dari titik lapisan sempadan bermula,

$y$  = jarak yang serenjang terhadap lapisan sempadan yang diukur dari dinding,

$u$  = komponen halaju bendalir dalam arah  $-x$ ,

$v$  = komponen halaju bendalir dalam arah  $-y$ .

Jelas bahawa, apabila kita bergerak sepanjang lapisan sempadan, koordinat  $x$  dan  $y$  dan juga komponen  $u$  dan  $v$  akan, secara keseluruhannya, berubah arah dalam ruang.

Andaian-andaian yang dibuat adalah

1. Nombor Reynolds adalah besar ( $Re \geq 1$ ).

Dalam kes ini, kesan kelikatan adalah rendah. Ini membolehkan teori bendalir tak likat digunakan pada seluruh medan aliran. Namun begitu,  $Re$  tidak boleh terlalu besar kerana aliran akan cenderung menjadi gelora. Oleh itu, pada permukaan lapisan sempadan, nilai nombor Reynolds adalah rendah ( $Re < 2000$ ) sehinggakan aliran bendalir yang berhampiran dengan dinding dapat dikategorikan sebagai lamina. Walau bagaimanapun, nombor Reynolds akan bertambah juga hingga ke satu titik di mana aliran menjadi gelora. Dengan kata lain, apabila  $Re \geq 2000$ , aliran menjadi gelora (Douglas *et al.* 1995)

2. Kawasan aliran likat adalah sangat nipis.

Andaian ini dibuat berdasarkan dari pemerhatian ke atas fakta ujikaji atau eksperimen dan ia penting bagi tujuan untuk memudahkan penghasilan persamaan lapisan sempadan.

3. Syarat tidak gelincir berlaku pada permukaan jasad.

Ini perlu kerana tanpa syarat ini, apabila  $y=0$ , maka  $u=0$  tidak akan berlaku.

4. Tiada aliran jisim menembusi dinding.

Ini menjadikan  $v=0$  pada  $y=0$

5. Momentum bendalir pada arah  $y$  diabaikan.

6. Perubahan tekanan pada arah  $y$  diabaikan.

7. Tekanan statik lapisan sempadan hanya berubah dalam arah  $x$ .

8. Hanya kecerunan halaju pada arah  $y$  menghasilkan tegasan kelikatan yang cukup besar.

Dari takrif tegasan ricih  $\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y}$  iaitu hukum kelikatan Newton, tegasan ricih dalam aliran lamina dapat diungkapkan dalam sebutan kelikatan bendalir dan kecerunan halaju pada arah  $y$ . Dengan kelikatan yang kecil dan kecerunan halaju yang besar menghasilkan tegasan ricih yang cukup besar. Oleh itu, hanya kecerunan halaju pada arah  $y$  menghasilkan tegasan ricih likat (Douglas *et al.* 1995)

9. Aliran di luar lapisan sempadan adalah aliran kurang likat.

Andaian-andaian tambahan yang lebih am dan sering digunakan dalam banyak masalah aliran lapisan sempadan ialah

1. Aliran adalah mantap.

Tidak mempertimbangkan sebarang perubahan terhadap masa sama ada aliran tersebut berada di dalam lapisan sempadan atau di luar lapisan sempadan.

2. Aliran adalah lamina.

Melibatkan pembatasan pada nombor Reynolds bagi memastikan bahawa aliran akan menjadi mantap dan lamina seperti yang telah dijelaskan pada andaian utama.

3. Sifat angkutan bagi bendalir adalah seragam.

Sifat-sifat angkutan seperti ketumpatan  $\rho$ , kelikatan dinamik  $\mu$ , konduktiviti terma  $k$  dan haba tentu  $q$ , adalah tidak berubah dengan kedudukan, diikuti dengan kelikatan kinematik  $\nu$ , dan resapan terma  $\alpha$ , juga malar.

4. Bendalir adalah tidak termampatkan.

5. Perbezaan suhu adalah kecil.

Perbezaan suhu di antara suhu bendalir  $T$ , dengan suhu permukaan jasad  $T_w$ , dan suhu aliran bendalir  $T$ , dengan suhu persekitaran  $T_\infty$ , adalah kecil. Ini dapat dilihat pada syarat sempadan bagi sebarang masalah aliran lapisan sempadan. Jika berlaku perbezaan suhu yang besar, aliran menghasilkan kesan luaran.

6. Aliran sama ada dua dimensi atau pada paksi simetri.

Dalam menyelesaikan masalah yang melibatkan aliran lapisan sempadan, sepatutnya perlu dipertimbangkan pada aliran dua dimensi, tetapi selagi persamaan yang digunakan dalam masalah tersebut menggambarkan persamaan menakluk aliran bendalir lapisan sempadan pada paksi simetri, persamaan tersebut boleh dijelmakan menjadi persamaan aliran dua dimensi (Douglas *et al.* 1995).

7. Tiada penghapusan tenaga dalam lapisan sempadan.

Pada aliran yang berhalaju tinggi, terdapat penghapusan kelikatan bagi tenaga di dalam kawasan lapisan sempadan. Oleh itu, kita hanya berminat terhadap aliran yang berhalaju rendah.

8. Tiada daya jasad.

Kita mengabaikan kesan terhadap daya graviti dan daya apungan apabila kita mempertimbangkan olakan paksa sahaja. Sebarang kesan yang terhasil dari apungan bendalir semata-mata disebabkan perbezaan suhu yang kecil. Ini berlaku pada olakan bebas dan nombor Reynolds yang digunakan adalah cukup besar.

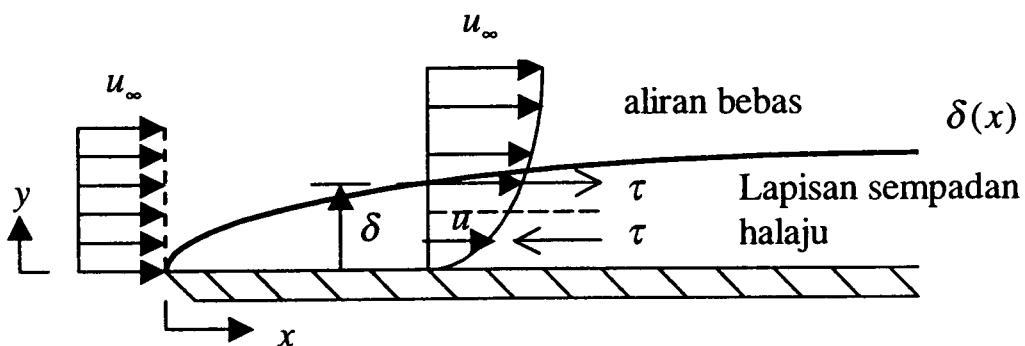
### **1.3.2 Jenis-jenis Lapisan Sempadan dan Kepentingannya**

Terdapat dua jenis lapisan sempadan iaitu lapisan sempadan halaju dan lapisan sempadan terma/suhu.

1. Lapisan Sempadan Halaju.

Untuk memperkenalkan konsep lapisan sempadan, pertimbangkan aliran terhadap permukaan seperti pada Rajah 1.1. Halaju pada permukaan adalah sifar. Ini disebabkan zarah-zarah bendalir yang bertindak ke atas permukaan tersebut telah membantutkan pergerakan zarah-zarah bendalir di sekelilingnya. Tetapi situasi ini tidak akan berlaku pada jarak  $y = \delta$  dari permukaan. Pembantutan gerakan bendalir ini diikuti dengan tegasan ricih  $\tau$ , yang bertindak selari dengan halaju bendalir. Apabila jarak  $y$  semakin bertambah dari permukaan, maka halaju bendalir semakin bertambah sehingga mencapai nilai aliran bebas,  $u_\infty$ . Kuantiti  $\delta$  dinamakan ketebalan lapisan sempadan dan ia merupakan nilai-nilai bagi  $y$  dan keadaan ini akan mencapai  $u = 0.99u_\infty$  (bagi kes jasad tegak) pada profil halaju sempadan (Incropera & DeWitt 2002). Oleh kerana itu, aliran bendalir dicirikan kepada dua kawasan iaitu:

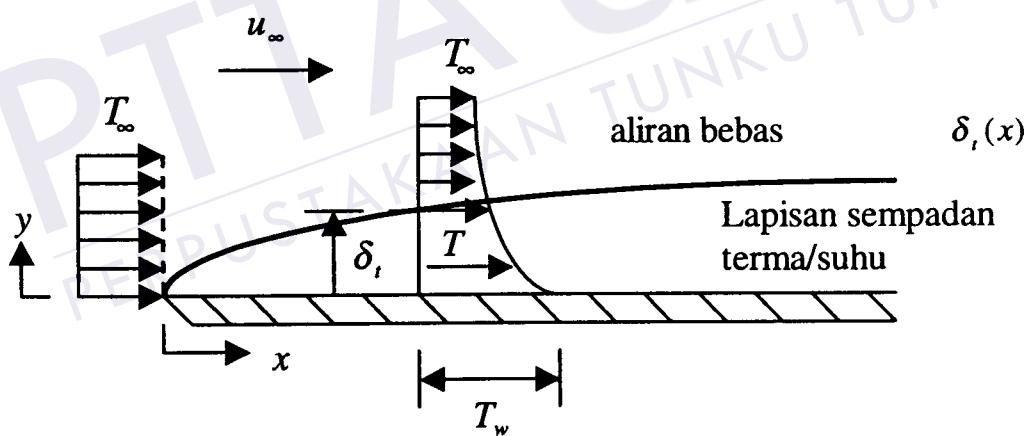
- (a) Lapisan bendalir nipis (lapisan sempadan) dengan kecerunan halaju dan tegasan ricih adalah besar dan di kawasan ini berlaku kelikatan. Wujudnya geseran yang tinggi pada permukaan menyebabkan tegasan ricih adalah besar.
- (b) Kawasan luar dari lapisan sempadan dengan kecerunan halaju dan tegasan ricih boleh diabaikan. Di kawasan ini, bendalir adalah kurang likat dan geseran adalah rendah.



RAJAH 1.1 Lapisan sempadan halaju dibangunkan terhadap permukaan

## 2. Lapisan Sempadan Suhu/Terma.

Diketahui bahawa lapisan sempadan halaju terjadi apabila wujudnya aliran bendalir terhadap permukaan. Lapisan sempadan suhu pula terjadi apabila suhu permukaan  $T_w$ , dan suhu persekitaran  $T_\infty$ , berbeza. Pertimbangkan aliran terhadap permukaan dengan syarat sempadan isoterma. Di pinggir lapisan sempadan, profil suhu adalah seragam dengan  $T = T_\infty$ . Walau bagaimanapun, zarah-zarah bendalir bergerak ke arah permukaan dan menyentuh permukaan sehingga mencapai suhu yang seimbang (seragam) pada suhu permukaan. Sebaliknya, zarah-zarah bendalir ini (zarah-zarah bendalir yang bergerak ke arah permukaan) telah menukar tenaganya dengan zarah-zarah bendalir disekelilingnya dan terhasilnya kecerunan suhu di dalam bendalir. Kecerunan suhu yang wujud di kawasan bendalir ini dinamakan lapisan sempadan suhu. Kuantiti  $\delta_t$  dinamakan ketebalan lapisan sempadan suhu. Dengan bertambahnya jarak dari pinggir lapisan sempadan, kesan pemindahan haba ke atas aliran bebas dan lapisan sempadan suhu berlaku (Incropera & DeWitt 2002; Schlichting & Kestin 1968). Lihat Rajah 1.2.



RAJAH 1.2 Lapisan sempadan terma/suhu dibangunkan ke atas permukaan dengan syarat sempadan isoterma

Kesimpulannya, lapisan sempadan halaju,  $\delta(x)$  dicirikan dengan kecerunan halaju dan tegasan ricih. Manakala, lapisan sempadan suhu,  $\delta_t(x)$  dicirikan dengan kecerunan suhu dan pemindahan haba. Namun begitu, geseran permukaan dan pemindahan haba secara olakan adalah merupakan antara manifestasi terpenting kepada bidang kejuruteraan.

Bagi aliran sebarang permukaan, sentiasa wujud lapisan sempadan halaju dan geseran permukaan. Walau bagaimanapun, lapisan sempadan suhu dan pemindahan haba secara olakan hanya wujud jika suhu permukaan  $T_w$ , dan suhu persekitaran  $T_\infty$ , berbeza iaitu  $T_w > T_\infty$ .

Oleh kerana suhu permukaan lebih tinggi daripada suhu persekitaran,  $T_w > T_\infty$ , olakan bebas wujud dengan sendiri tanpa dibantu oleh agen luar yang mendorong bendalir persekitaran berolak menyesarkan sejumlah tenaga haba dari permukaan ke sekelilingnya. Bagi kajian ini, iaitu masalah aliran lapisan sempadan olakan bebas terhadap silinder membulat dan mengufuk dengan syarat sempadan isoterma di dalam aliran likat, lapisan sempadan suhu terjadi kerana kajian ini mengandaikan suhu permukaan silinder  $T_w$ , melebihi suhu persekitaran  $T_\infty$ , iaitu  $T_w > T_\infty$ .

#### 1.4 Sorotan Kesusasteraan

Merkin (1976) telah mengkaji masalah aliran lapisan sempadan olakan bebas terhadap silinder mengufuk dengan suhu permukaan malar di dalam aliran likat. Beliau adalah orang pertama yang dapat menyelesaikan masalah ini untuk bendalir klasik (Newtonian) menggunakan kaedah Blasius dan siri pengembangan Görtler bersama dengan kaedah kamiran dan skim beza terhingga.

Seterusnya, Merkin (1977) mengkaji masalah lapisan sempadan olakan bebas terhadap keratan rentas silinder eliptik, manakala Merkin & Pop (1988) juga mengkaji aliran lapisan sempadan olakan bebas ke atas silinder membulat dan mengufuk dengan fluks haba malar di dalam bendalir likat. Seterusnya, Ingham & Pop (1987) mengkaji masalah olakan bebas bagi silinder mengufuk yang terpanaskan di dalam medium berongga.

Berpandukan kepada kajian yang telah dibuat oleh Merkin (1976) dan Merkin & Pop (1988) di dalam bendalir likat, dua kajian lanjutan telah dibuat oleh Nazar *et al.* (2002a) dan Nazar *et al.* (2002b). Bagi kajian yang dibuat oleh

Nazar *et al.* (2002a), masalah aliran lapisan sempadan olakan bebas terhadap silinder membulat dan mengufuk dengan syarat sempadan isoterma di dalam bendalir mikropolar telah dipertimbangkan. Manakala, bagi kajian yang dibuat oleh Nazar *et al.* (2002b), dipertimbangkan masalah yang sama tetapi dengan syarat sempadan fluks haba permukaan malar.

Nazar & Amin (2003) pula menyelesaikan masalah lapisan sempadan olakan bebas terhadap plat menegak rata, dengan taburan suhu dinding atau fluks haba serta tertumpu kepada dua jenis syarat sempadan iaitu variasi sinusoid suhu dinding dan variasi eksponen fluks haba (syarat sempadan bukan isoterma).

Berdasarkan kajian yang telah dibuat oleh Merkin (1976), kajian ini yang mempertimbangkan masalah aliran lapisan sempadan olakan bebas terhadap silinder membulat dan mengufuk dengan syarat sempadan isoterma di dalam aliran likat akan dibincangkan. Kajian ini menggunakan kaedah penyelesaian berangka yang berbeza dan memperkenalkan formulasi pemboleh ubah tak berdimensi baru yang lebih ringkas.

### 1.5 Kaedah Kotak Keller

Skim beza terhingga tersirat ini dikenali sebagai kaedah kotak Keller. Ia diperkenalkan oleh Keller pada tahun 1970 (Keller 1970, 1971). Kaedah ini didapati tepat dan sangat sesuai digunakan untuk menyelesaikan sebarang masalah yang melibatkan persamaan terbitan separa parabolik serta masalah tak linear. Ia adalah kaedah yang fleksibel, lebih efisien dan praktikal berbanding kaedah lain serta mudah diadaptasikan untuk menyelesaikan persamaan dalam sebarang peringkat (Cebeci & Bradshaw 1977). Kaedah ini telah diuji secara intensif dalam aliran lamina lapisan sempadan (Keller & Cebeci 1971) dan aliran gelora lapisan sempadan (Keller & Cebeci 1972; Cebeci & Smith 1974). Ia juga telah ditunjukkan oleh Keller & Cebeci (1972) dan Mucoglu & Chen (1978) sebagai kaedah yang cepat serta mudah untuk diprogramkan.

Skim ini juga sesuai untuk sebarang jenis masalah aliran lapisan sempadan olakan bebas, contohnya olakan bebas terhadap plat rata menegak dengan syarat sempadan isoterma (Na 1979) dan aliran olakan bebas tak mantap terhadap permukaan menegak yang bergerak secara berterusan (Kumari *et al.* 1996). Seterusnya, dengan menggunakan kaedah ini, Pop & Na (1999) mengkaji mengenai kesan permukaan berombak di dalam olakan bebas terhadap frustum menegak bagi kon dan Rees & Pop (2000) mengkaji kesan ke atas g-jitter terhadap aliran lapisan sempadan olakan bebas menegak di dalam media berongga. Rees & Bassom (1996) menggunakan kaedah kotak Keller untuk mengkaji aliran lapisan sempadan Blasius terhadap bendalir mikropolar.

Kajian yang dilakukan oleh Nazar & Amin (2001) berkenaan kaedah-kaedah penyelesaian bagi masalah lapisan sempadan olakan bebas yang mempertimbangkan masalah aliran lapisan sempadan olakan bebas terhadap plat menegak dengan syarat sempadan bukan isoterma di dalam aliran likat (Nazar & Amin 2003), telah membuktikan bahawa kaedah kotak Keller ini tepat dan menunjukkan perbandingan yang baik dengan kaedah-kaedah lain terutamanya kaedah koordinat terikan dan kaedah siri jenis Merk. Manakala kaedah keserupaan setempat menggambarkan hasil yang kurang tepat dan kaedah ketakserupaan setempat terhad kepada nilai  $\xi$  yang kecil.

### 1.6 Garis Kasar Kajian

Kajian ini telah dibahagikan kepada lima bab termasuk bab pengenalan. Bab I iaitu Bab Pengenalan menceritakan secara ringkas mengenai aliran lapisan sempadan dan olakan bebas berlamina di dalam bendalir likat tanpa menumpukan kepada masalah terhadap silinder membulat dan mengufuk dengan syarat sempadan isoterma (suhu permukaan malar).

Dalam Bab II model matematik dibina dan seterusnya dilakukan formulasi dan analisis terhadap model matematik tersebut. Oleh itu, dalam bab ini, persamaan-persamaan menakluk untuk masalah aliran lapisan sempadan olakan

## RUJUKAN

- Acheson, D. J. 1990. *Elementary fluid dynamics*. Oxford: Oxford University Press.
- Amer Nordin Darus 1994. *Dinamik aliran bendalir*. Kuala Lumpur, Malaysia: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Amer Nordin Darus 1995. *Analisis pemindahan haba: Olakan*. Kuala Lumpur, Malaysia: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Batchelor, G. K. 1967. *An introduction to fluid dynamics*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Bejan, A. 1984. *Convection heat transfer*. New York: John Wiley.
- Burmeister, L. C. 1993. *Convective heat transfer*. New York: John Wiley & Sons Inc.
- Cebeci, T. & Bradshaw, P. 1977. *Momentum transfer in boundary layers*. Washington: Hemisphere.
- Cebeci, T. & Bradshaw, P. 1988. *Physical and computational aspects of convective heat transfer*. New York: Springer.
- Cebeci, T. & Smith, A. M. O. 1974. *Analysis of turbulent boundary layers*. New York: Academic Press.
- Chen, T. S. 1988. *Prabolic systems: Local nonsimilarity method*, In: Minkowycz, W.J. (ed.). Canada: John Wiley.
- Douglas, J. F., Gasiorek, J. M. & Swaffield, J. A. 1995. *Fluid mechanics*. Terj. Wan Ali Wan Mat. Kuala Lumpur, Malaysia: Dewan Bahasa dan Pustaka.
- Eckert, E. R. G. & Drake, J. R. M. 1972. *Analysis of heat and mass transfer*. New York: McGraw-Hill Book Company.
- Evans, H. L. 1968. *Laminar boundary layer theory*. Berlin: Addison-Wesley Publishing Company.
- Gebhart, B., Jaluria, Y., Mahajan, R. L. & Sammakia, B. 1988. *Buoyancy induced flows and transport*. New York: Hemisphere.

- Holman, J. P. 1997. *Heat transfer*. New York: McGraw Hill.
- Incropera, F. P. & DeWitt, D. P. 2002. *Introduction to heat transfer*. United States of America: John Wiley & Sons.
- Ingham, D. B. & Pop, I. 1987. Natural convection about a heated horizontal cylinder in porous medium. *Journal of Fluid Mechanics* **184**: 157–181.
- Keller, H. B. 1970. A new difference scheme for parabolic problems (in Bramble, J. (ed.)). *Numerical solutions of partial differential equations*. New York: Academic Press.
- Keller, H. B. 1971. A new difference scheme for parabolic problems (in Hubbard, B. (ed.)), *Numerical solutions of partial differential equations* **2**: 327–350.
- Keller, H. B. & Cebeci, T. 1971. *Accurate numerical methods for boundary layer flows, I: Two-dimensional laminar flows*. Proc. of the 2<sup>nd</sup> Int. Conference on numerical methods in fluid dynamics.. New York: Springer-Verlag.
- Keller, H. B. & Cebeci, T. 1972. Accurate numerical methods for boundary layer flows, II: Two-dimensional turbulent flows. *AIAA Journal* **10**: 1193–1199.
- Kumari, M., Slaouti, A., Takhar, H. S., Nakayama, S. & Nath, G. 1996. Unsteady free convection flow over a continuous moving surface. *Acta Mechanica* **116**: 75–82.
- Merkin, J. H. 1976. Free convection boundary layer on an isothermal horizontal cylinder. *ASMME/AICHE Heat Transfer Conference, USA:St. Louis, Mo.* .
- Merkin, J. H. 1977. Free convection boundary layers on cylinders of elliptic cross section. *Journal of Heat Transfer* **99**: 453–457.
- Merkin, J. H. & Pop, I. 1988. A note on the free convection boundary layer on a horizontal circular cylinder with constant heat flux. *Wärme- und Stoffübert* **22**: 79–81.
- Mucoglu, A. & Chen, T. S. 1978. Mixed convection about a sphere with uniform surface heat flux. *Journal of Heat Transfer* **100**: 542–544.
- Na, T. Y. 1979. *Computational methods in engineering boundary value problem*. New York: Academic Press.
- Nazar, R. & Amin, N. 2001. Kaedah-kaedah penyelesaian bagi masalah lapisan sempadan olakan bebas. *Prosiding Simposium Kebangsaan Sains Matematik*

- ke-9. UKM, Bangi, 18<sup>th</sup>-20<sup>th</sup> Julai 2001 : 377-384.
- Nazar, R. & Amin, N. 2003. Free convection boundary layer over a non-isothermal vertical flat plate. *Jurnal Teknologi* 39: 61-74.
- Nazar, R., Amin, N. & Pop, I. 2002a. Free convection boundary layer on an isothermal horizontal circular cylinder in a micropolar fluid. *Proceedings of the Twelfth International Heat Transfer Conference, Grenoble, France* 2: 525-530.
- Nazar, R., Amin, N. & Pop, I. 2002b. Free convection boundary layer flow on an horizontal circular with constant surface heat flux in a micropolar fluid. *International Journal of Applied Mechanics and Engineering* 7: 409-431.
- Pop, I. & Ingham, D. B. 2001. *Convective heat transfer: Mathematical and computational modelling of viscous fluids and porous media*. Oxford: Pergamon.
- Pop, I. & Na, T. Y. 1999. Natural convective over a vertical wavy frustum of a cone. *International Journal of Non-linear Mechanics* 34: 925-934.
- Rees, D. A. S. & Bassom, A. P. 1996. The Blasius boundary-layer flow of a micropolar fluid. *International Journal of Engineering Science* 34: 113-124.
- Rees, D. A. S. & Pop, I. 2000. The effect of G-jitter on vertical free convection boundary layer flow in porous medium .
- Schlichting, H. & Kestin, J. 1968. *Boundary-layer theory*. United States of America: McGraw-Hill Book Company.
- Tritton, D. J. 1985. *Physical fluid dynamics*. England: Van Nostrand Reinhold(UK)Co.Ltd.